Treball de fi de màster

Títol: TREBALL MULTIDISCIPLINARI A L' AULA A L' ENTORN DE LA PROPORCIÓ ÀURIA

Cognoms: TRULLS MEDINA
Nom: CARMEN

Titulació: Màster en Formació del Professorat d' Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d' Idiomes

Especialitat: MATEMÀTIQUES

Director/a: MARGARIDA ESPONA DONES

Projecte : 88067
Data de lectura: 25/06/2014 Hora de lectura : 10 : 010
Tribunal : MA 1 Aula : VS219

ÍNDEX GENERAL

1. INTRODUCCIÓ : LES MATEMÀTIQUES I LA PROPORCIÓ ÀURIA

Les matemàtiques són un instrument imprescindible per a entendre el món. La proporció àuria, n' és un bon exemple. Ens sorprèn amb la seva presència en moltes manifestacions de la natura : la disposició de les llavors d'una poma, la posició dels pètals d' una rosa, el número de pètals d'un gira-sol, la distribució de les fulles d' una planta en el seu creixement ascendent.

Fins a quin punt és una exageració aquesta afirmació o és simplement buscar casualitats on realment no hi són? No donaré una resposta o demostració immediata. Senzillament prendré el camí que proposo al llarg d' aquest treball i us demanaré d' acompanyar-me.

He volgut acostar el coneixement de la proporció àuria, també coneguda com a secció àuria, número auri, divina proporció o número Φ, a una classe de 4t ESO o 1er de Batxillerat .
Treballarem en primer lloc la seva primera definició matemàtica , plantejada per Euclides al segle III a. C. Veurem també, mitjançant successives contextualitzacions, com ha estat tractada i estudiada al llarg de la Història. Més tard descobrirem la seva presència a la natura en múltiples i sorprenents situacions. Acabarem constatant com l' home, en la seva recerca de la perfecció i bellesa, ha utilitzat la proporció àuria en moltes manifestacions arquitectòniques, pictòriques i inclús musicals.

A la fi d'aquest viatge, és possible que valorem la importància de les matemàtiques i la seva presència al món. La matemàtica és bella i garantia de bellesa i correcció. Al llarg de la Història, molts matemàtics, filòsofs, astrònoms han identificat les matemàtiques amb la bellesa i la perfecció. De vegades, inclús, se li han atribuït propietats divines. Recordem Galileu amb la seva afirmació : "Las matemàtiques son el llenguatge amb què Deu va escriure l' Univers", o a Lord Kelvin dient "Si no pots expressar-lo amb un número, el teu coneixement esdevé pobre i insatisfactori ."

Des de la meva visió personal, tot i no donant-li aquesta percepció sobrenatural i divina, observo la força de la matemàtica en l'ordenació general del món que ens envolta i reivindico la importància del seu coneixement i utilització. Així doncs, en l' àmbit de l' Arquitectura,si observem un edifici amb una façana ordenada, estructurada, proporcionada.. senzillament bella, segurament ens trobarem amb distribucions interiors ben realitzades. I a l' inrevés, una estructura ben calculada, en què cada element existeix perquè és necessari i està dimensionat adequada i matemàticament , segurament és bella.

Bé, sense més preàmbuls, comencem aquest , el nostre recorregut .

2. DEFINICIÓ DEL TREBALL. CONTEXT

L' aprenentatge de les matemàtiques durant la E.S.O. i el Batxillerat esdevé sovint, inevitablement, una successió de temes cadascun amb la seva importància i entitat pròpies. Potser però fora bo insistir en algun que tingués un tret especial. Per una banda, aquest aprofundiment ajudaria a assolir millor el tema o unitat. Per l' altra, l' existència d' una peça diferent, amb activitats inesperades dins de la matèria de Matemàtiques ajudaria a dinamitzar el curs. Aquest treball, ubicat dins de la unitat didàctica dels Nombres Reals vol fer un incís en un nombre irracional molt especial, el nombre Φ, amb entitat i història pròpies, amb connotacions místiques i mitològiques, amb presència sorprenent en la natura i l' univers, amb manifestacions artístiques diverses.

3. DESCRIPCIÓ DEL TREBALL. OBJECTIUS

Aquest treball es defineix com a un conjunt de "fitxes" o unitats d' aprenentatge amb l' objectiu inicial del coneixement del nombre auri.
La primera i segona ens acosten directament a la seva definició més bàsica. Les següents cerquen la seva presència a la natura, l' astronomia, l' arquitectura i l' art. Per a llur elaboració he comptat amb un document d' excepció : el llibre *" La proporción áurea. La historia de phi, el número más sorprendente del mundo* "de Mario Livio, que repassa la història de la Proporció Àuria i desvetlla falsos mites al respecte.

Un segon objectiu seria el d' adonar-se de la presència de les matemàtiques en el món que ens envolta.
El tercer objectiu respon a un cicle reflexiu on l' alumne es pot plantejar si l' univers sencer fou creat segons unes determinades lleis o senzillament, és l' ésser humà, en la seva vocació per entendre aquest univers, qui ha desenvolupat unes normes que s' ajustin a la realitat.

Aquest tema connecta les Matemàtiques amb altres matèries : Ciències Naturals, Història de l' Art, Visual i Plàstica.

Les fitxes dissenyades tenen una incidència directa en 7 de les competències bàsiques definides en el Decret 143/2007 del 26 de Juny amb el què s' estableix l' ordenació dels ensenyaments de l' Educació Secundària Obligatòria:

Metodològiques
-Tractament de la informació i competència digital
-Competència matemàtica
-Aprendre a aprendre

Personal
-Autonomia i iniciativa personal
-Conviure i habitar el món
-Coneixement i interacció amb el món físic

Comunicatives
-Artística i cultural

Estan pensades per ser realitzades en 4t d' ESO, tot i que podrien realitzar-se a 1r. de Batxillerat.
Es situa dins del bloc de continguts de Numeració i Càlcul. Segueix molts dels objectius assenyalats com a generals a la ESO en el Decret 143/2007 , i incideix amb l' objectiu més específic a 4t d' ESO en el bloc de Numeració i Càlcul, corresponent al coneixement dels números reals.

3.1.1 LA PROPORCIÓ ÀURIA I ELS SEUS NOMS AL LLARG DE LA HISTÔRIA

Extrema i mitja raó, Divina Proporció, Proporció Àuria, Número Auri, Phi, Φ

"La geometria posseeix dos grans tresors; l' un és el Teorema de Pitàgores; l'altre, la divisió d'una línia entre la proporció mitja i extrema. Al primer podem comparar-lo amb una mesura d'or; al segon podem nomenar-lo una preciosa joia ."

Johannes Kepler (1571-1630)
Mysterium Cosmographicum

Els antecedents

Una de les primeres relacions que veiem en la Història amb la Proporció Àuria la trobem amb Pitàgores. Pitàgores i els pitagòrics han estat famosos pel seu paper en el desenvolupament de les matemàtiques. És ben conegut el seu teorema dels triangles rectangles. Igualment pel descobriment de les notes harmòniques de l' escala musical o l'adoració pels números en sí mateixos, amb especial èmfasis al número cinc. El cinc, que representava el matrimoni, unió del 2 (primer número femení) i el 3 (primer número masculí). El cinc que es troba en el pentàgon i el pentagrama, símbol utilitzat pels pitagòrics. Ambdós polígons tenen relació amb la proporció àuria. Posteriorment Plató definiria els poliedres regulars, dels qual només n' hi ha cinc: el tetraedre, el cub, l' octàedre, el dodecàedre i l' icosàedre. Ell considerava que cadascun dels quatre elements que composaven la matèria es representava per un dels sòlids platònics : així, la Terra s' associava a un cub, el foc al tetraedre, l' aire a l' octaedre i l' aigua a d'icosàedre. El dodecaedre l' associà a l' univers ja que "*és el que utilitzà la divinitat per a teixir les constel·lacions de tot el cel"* (Plató, Timeo). El dodecaedre i l' icosàedre tenen especial relació amb la proporció Àuria. És possible que l' interès grec per la Proporció Àuria comencés amb la idea de construir aquestes figures i poliedres. La primera definició que tenim de la Proporció Àuria correspon a Euclides.

Euclides (300-265 aC.) ens ofereix diverses definicions de la Proporció Àuria. La definició 3 del llibre VI, ens diu que " *Una recta està dividida en extrema i mitja raó, quan la totalitat del segment és al segment major com el segment major és al menor.*" No l' anomena doncs com a Proporció Àuria, sinó com a "***extrema i mitja raó***".

L' Edat Mitjana

La Proporció Àuria rep la denominació de **"divina"** a partir del tractat de tres volums "De Divina Proportione" de Luca Pacioli, publicat a Venècia el **1509**. Hi dóna cinc raons per anomenar-la així:

1.-"*Ella és una i només una*". Luca Pacioli indica que la unitat és "l' epítet de Déu"

2.- Luca Pacioli troba una relació entre l' existència de la Santíssima Trinitat : Pare, Fill i Esperit Sant i el fet que la definició de la Proporció Àuria implica tres termes.

3.-"*De la mateixa manera que Déu no pot ser definit ni comprès amb paraules, la nostra proporció no pot ser designada amb nombres intel·ligibles ni expressar-se amb cap quantitat racional, sinó que ha de romandre amagada i en secret, i és nomenada irracional pels matemàtics"*. Els nombres irracionals no poden ser"compresos", expressats amb fraccions.

4.- Pacioli compara el fet que Déu és omnipresent (està a tot arreu) i invariable (no pot canviar), amb la constància de la Proporció Àuria, que no depèn ni de la mida del segment o pentàgon.

5.- Déu creà l' univers mitjançant la cinquena essència, representada pel dodecaedre. El dodecaedre necessita la proporció Àuria per existir.

Luca Pacioli tenia un gran interès per l' art i volia revelar als artistes el secret de les formes harmòniques. En el seu segon tractat parla de les proporcions del cos humà : *"En el cos humà es pot trobar tota mena de proporcions i proporcionalitats, realitzades a voluntat de l' Altíssim a través dels misteris ocults de la natura"*

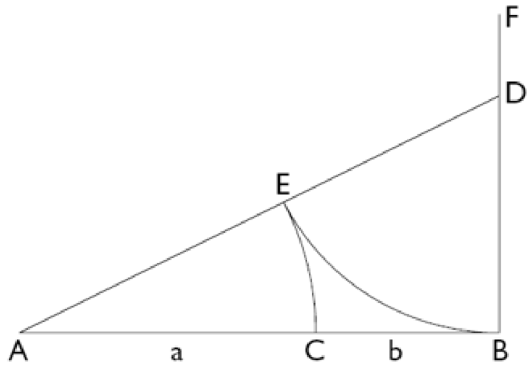
Alguns atribueixen a Leonardo da Vinci, que va ser l' il·lustrador de "De Divina Proportione", la denominació **"Secció Àuria".** D' altres a Martin Ohm,, que en la segona edició de 1835 del seu llibre "Las Matemáticas Puras Elementales" escriu : "*Uno también acostumbra llamar a esta división de una línea arbitraria en dos partes como éstas, la sección dorada*"

La Proporció Àuria, Φ = 1,61803398875 , és un nombre irracional, que trobarem també en la successió de Fibonacci. S' ha anomenat Phi, pensant en la primera lletra del nom de l' escultor grec Fídies .

3.1.2. CONSTRUCCIÓ DE LA PROPORCIÓ ÀURIA

1.- Donat un segment, descompondre'l en dues parts segons aquesta proposició.

Si considerem el segment AB, tracem una perpendicular a B sobre la qual situem la mida AB/2. Obtenim aleshores el punt D. Unim A amb D. Sobre aquesta recta, amb un compàs amb centre a D i radi BD marquem el punt E. Traslladem ara la mida AE sobre la recta AB. Obtindrem aleshores el punt C buscat. Es complirà que AC/CB = AB/ AC



Es compleix aleshores que
AB = AC + CB

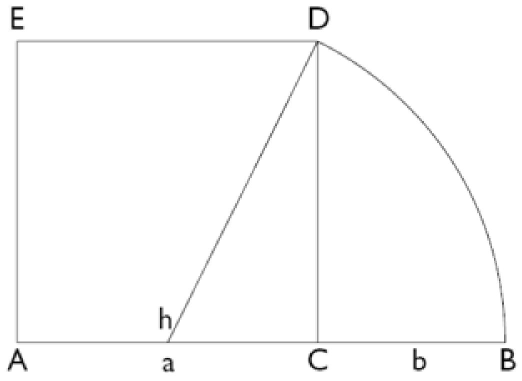
Si AB = 1
aleshores   AC= 0.618 i CB = 0.382

Figura 1: Descomposició d' un segment en dues parts
Segons la Proporció Àuria
Font :   Bonell C, La Divina Proporción,

a) Donat un segment de 12 cm. Descompon-lo segons l' extrema i mitja raó.
b) Fes el mateix amb un segment de 6 cm. Veus cap relació? Explica-ho.

2.- Donat el segment gran AC, trobat el segment CB i com a conseqüència AB = AC + CB

Construïm el quadrat ACDE. Allarguem la recta AC. Busquem el punt mig h del costat AC i l' unim a D. Amb el compàs, amb h com a centre i amb radi hD tracem l' arc de circumferència que talli la recta AC perllongada. Obtenim el punt B,



Es compleix aleshores que
AB = AC + CB

Si AC = 1
aleshores CB = 0.618 i AB = 1.618

Figura 2 : Donat un segment AC trobar CB segons la Proporció Àuria
Font : Bonell C, La Divina Proporción

a) Donat un segment de 10 cm. Sabem que és part de major dimensió (AC) resultant de dividir "un segment més gran en "extrema i mitja raó". Troba aquest últim segment (CB).
b) Mirant el dibuix superior, coneixem el valor aC =4. Troba AC, CB i AB

3.- La Proporció Àuria i el pentàgon

Euclides al seu Llibre IV utilitza la Proporció Àuria per a la construcció del pentàgon.

<u>Relació entre el pentàgon i la proporció Àuria</u>
En qualsevol figura plana de n costats la suma dels angles és 180 . (n - 2).
Així doncs:
En un triangle, la suma d' angles serà: 180
En un quadrat...360
En un pentàgon..540

Per tant, cadascun dels angles d'un pentàgon serà de :....................540/5= 108

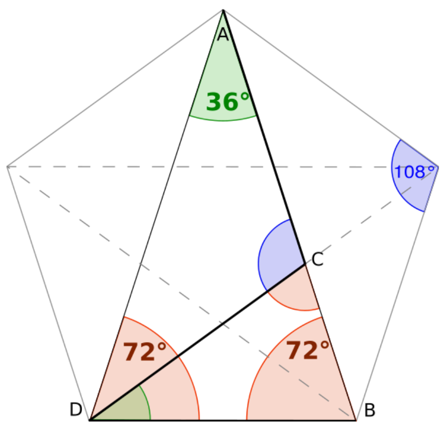


Figura 3 : El Pentàgon i la Proporció Àuria
Font : Imatge de domini públic
via Wikimedia Commons

Dibuixem un pentàgon (annex1)

Dibuixem dues diagonals adjacents del pentàgon. Obtenim 3 triangles isòsceles. Mirem els dos triangles laterals, en ells els angles que són iguals tindran, com a valor : (180-108)/2 = 36 . Això suposarà que l' angle ABD serà de 72 .

Des de D tracem la bisectriu de l'angle de De 72. Obtenim un nou triangle menor BDC Amb els mateixos angles que el ADB .

El punt C divideix el segment AB segons la Proporció Àuria.

El segment **AD (diagonal)** també estarà en Proporció Àuria amb **DB (costat)**

Conclusió: En un pentàgon regular, la diagonal i el costat estan en Proporció Àuria. Així doncs, si coneixem un costat d'un pentàgon, podríem construir-lo amb la Proporció Àuria.

El triangle central s'anomena Triangle Auri i els laterals Gnomos auris. En dividir-lo continuem obtenint nous Triangles i Gnomos Auris.

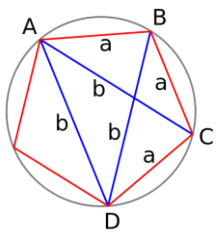


Figura 4 : El Pentàgon i el triangle Auri
Font : Imatge de domini públic
Wikipèdia Commons

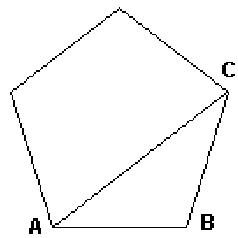


Figura 5 : Proporció Àuria al Pentàgon
Font :Imatge de domini públic

AC/ AB = Φ

La relació b/a = Φ
El pentàgon ha estat molt utilitzat a l' Arquitectura (rosetons d'esglésies gòtiques).

a) Tracem un pentàgon inscrit en una circumferència de costat 5. Troba-hi el triangle auri i els gnomos auris. Dóna valors als angles.

b) Fes un pentàgon inscrit en una circumferència de radi 4. Posa-li una lletra a cada punt tal com a l' exemple. Assenyala en diferents colors les Proporcions Àuries que hi trobis. Escriu les proporcions trobades.

4.- La Proporció Àuria i el Pentagrama

El Pentagrama és l' estrella de les "cinc puntes" que utilitzaren els pitagòrics. Li anomenaven "salut" i era "el triangle de triple intersecció que utilitzaven com a símbol de la seva secta" (Luciano, escriptor grec del segle II a In Defense of a Slip of the Tongue in Greeting)

- Si unim els vèrtex del pentàgon obtindrem el pentagrama.
- A l' interior apareix el pentàgon girat.
- Si unim els vèrtex del nou pentàgon obtindrem un nou pentagrama
- I així indefinidament.
- Tot segment és menor que l' anterior segons Φ.

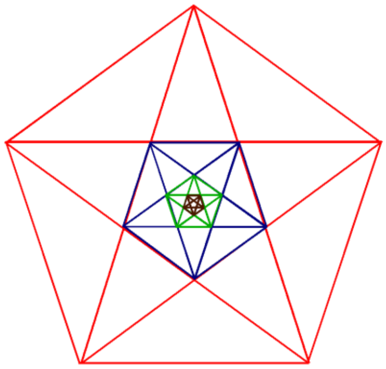
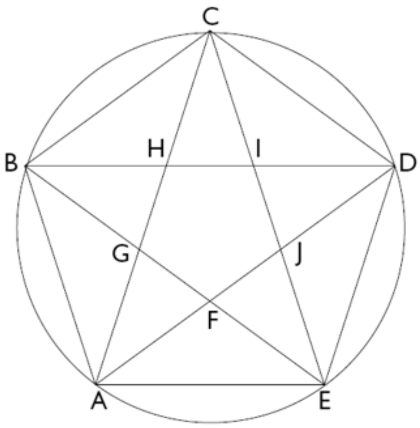
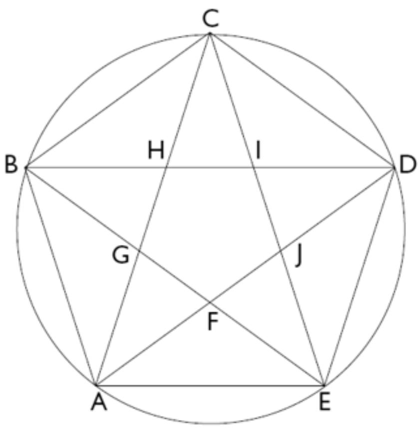


Figura 6 : El Pentagrama no s'acaba
Font : Domini públic



- Posem lletres als vèrtex.
- Es compleix que BHD tenen una Proporció Àuria = 1.618
- Igualment BGE, CHG i AGC
- Subratllem cada proporció amb un color .
- La relació entre aquestes dimensions és la Proporció Àuria Φ = 1.618

Figura 7 : El Pentagrama i la Proporció Àuria
Font : Bonell, C, La Divina Proporción



- Marquem en vermell AC i AB
- AC/AB = Φ = 1.618
- Marquem en blau ED i EJ
- AB / AG =Φ = 1.618
- Marquem en groc CG i HG
- CG / HG = Φ = 1.618

Figura 8 : El Pentagrama i el Pentàgon
Font : Bonell, C, La Divina Proporción

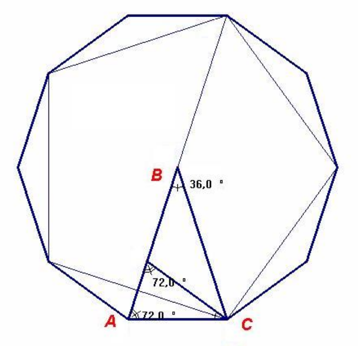
Conclusió: AC / AB = ED / EJ = CG / HG = Φ =1.618
Entre el pentàgon i el pentagrama hi ha una constant relació de Proporció Àuria.

a) Construeix un pentàgon a partir d' una circumferència de radi 5. Munta el pentagrama corresponent. A partir del pentagrama obtingut, troba el pentàgon inscrit. Amb el pentàgon trobat, munta el pentagrama corresponent. Repeteix aquest procés un total de quatre vegades , marcant amb un color diferent el pentàgon que el pentagrama.

b) Construeix un pentagrama a partir d'un pentàgon inscrit en una circumferència de radi 4 cm. Assenyala els punts d' inscripció amb una lletra. Fes el mateix amb els costats del pentagrama, i els punts interiors de tall. Subratlla les proporcions àuries que hi trobis. Fes amb diferent color les que corresponen. Fes una llista amb totes les proporcions trobades.

5.- La Proporció Àuria i el decàgon

Construïm un dodecàgon a partir del radi de la circumferència en què està inscrit.



- El radi de la circumferència en què està inscrit el decàgon i el costat tenen una proporció àuria.

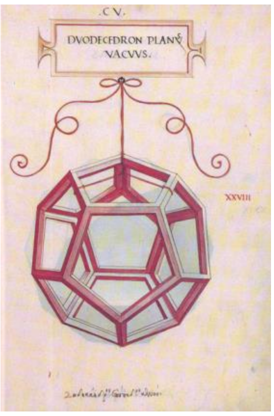
- Conclusió : BA /AC = Φ

Figura 9 : El Decàgon i la Proporció Àuria
Font : Arxius personals

El decàgon ha estat molt utilitzat a l' Arquitectura (traçat del temple de Minerva Mèdica, a Roma, mausoleu de Teodorico a Ràvena)

a) Construeix el decàgon inscrit en una circumferència de radi 4,5 cm. Troba el pentàgon que també hi és inscrit. Hi veus cap relació?Quina?
b) Troba un triangle auris i assenyala el valor dels seus angles interns.
c) Assenyala tres segments en proporció àuria.
d) Amb línea discontínua marca tots els triangles auris que hi ha al dodecàgon. Pinta'n un de color groc. Quants n' hi ha? Quin és l'angle al centre? I la suma de tots els angles ?

6.-La proporció Àuria i el dodecaedre.



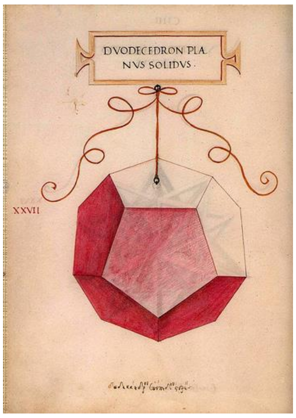


Figura 10 i 11 : Imatges d'un dodecaedre que Leonardo da Vinci va dibuixar a La Divina Proportione
Font : Imatge de domini públic

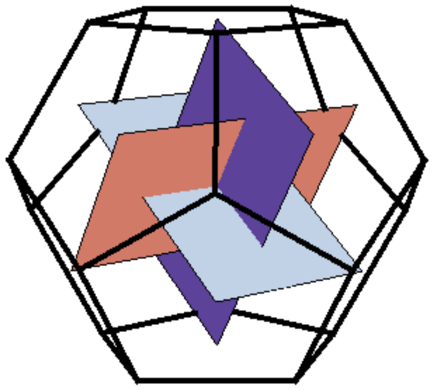


Figura 12 :Tres rectangles auris en un dodecaedre
Font : Homo Logos a Wikipedia

És un poliedre regular de amb 12 pentàgons regulars. En estar basat en el 5, té relació amb la Proporció Àuria. Plató el considerava dels cinc poliedres regulars, el més especial perquè era l' univers en la seva totalitat. Representava la "cinquena essència", ja que en ell es podien representar la resta de polígons regulars (el cub, el tetraedre, l' octaedre, l' icosaedre)

Euclides al seu Llibre XlII utilitza la Proporció Àuria per a la construcció del dodecaedre.

Es poden inscriure perpendicularment tres rectangles auris al seu interior, els vèrtex dels quals coincideixen amb els centres de les cares dels pentàgons.

7.-La proporció Àuria i l' icosàedre.

L' icosàedre és un dels poliedres platònics. Està format per 20 cares que són triangles equilàters. És el conjugat del dodecaedre, és a dir, cada vèrtex es situa en el centre d' una cara del dodecaedre. Els seus vèrtex formen grups de tres rectangles auris ortogonals entre sí.

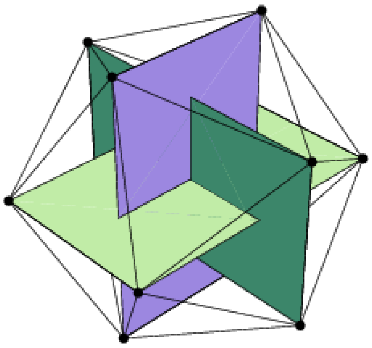
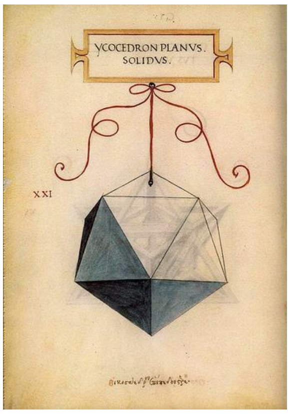


Figura 13 : La Proporció Àuria i l' icosàedre
Font : Imatge de domini públic, Wikipedia



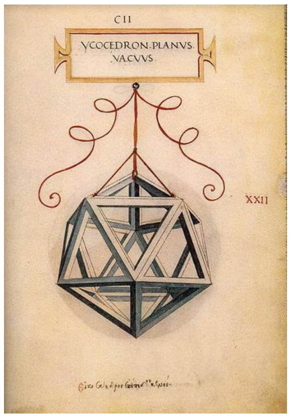


Figura 14 i 15 : Imatges d'un dodecaedre que Leonardo de Vinci va dibuixar a la Divina Proportione
Font : Imatge de domini públic

Activitats que necessiten la utilització de l' ordinador i de la xarxa.

a) Visualitza :

http://gaussianos.com/la-construccion-del-dodecaedro-en-los-elementos-de-euclides/

http://rectas.blogspot.com.es/2011/11/desarrollo-de-los-poliedros-platonicos.html

b) Cerca a Internet "plantilles" per a la construcció de poliedres regulars. Construeix un dodecaedre i un icosàedre.

http://mathforum.org/alejandre/workshops/dodecahedron.net.html
(Una possible adreça. N' hi ha moltes possibilitats)

c) Cerca, a Internet una construcció arquitectònica amb planta d' un dodecàedre

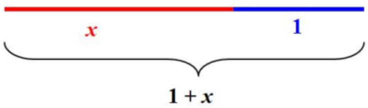
d) Cerca, a Internet una construcció arquitectònica amb planta d'un icosàedre

c) Resum en dues columnes les característiques del dodecàedre i del icosàedre, tant pel que fa a la seva definició com amb la seva relació amb la Proporció Àuria.

Dodecàedre	**Icosàedre**

6.-Càlcul del valor del Número Auri = Φ

Si partim de la definició inicial de proporció àuria i " si anomenem **1** al segment petit i **x** al gran" Busquem un valor tal que



Plantegem l'equació matemàticament:

$$\frac{1+x}{x} = \frac{x}{1}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

I trobem aquesta equació amb dues solucions:

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi \approx 1,61803$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -\frac{1}{\varphi} \approx -0,61803$$

La solució positiva ens dóna el valor de la Proporció Àuria.

Aquest número és irracional. Φ = 1.6180339887...

Introduïm aquest número a la calculadora. Fes el quadrat. Quant és ? Φ^2 = 2,6180339887...

Veus si hi ha cap relació?

Ara fes 1/Φ . Quant és? 1/Φ = 0.6180339887...

Veus si hi ha cap relació?

La Proporció Àuria té la propietat de tenir el quadrat el mateix número més 1 i l' invers el mateix número restant-li 1

I si féssim Φ^3 ?

Tindríem

$\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi = \Phi + 1 + \Phi = 2\Phi + 1$

I si ho fem extensiu a qualsevol número n Φ^n = nºde la sèrie . Φ + nº anterior en la sèrie
Així doncs,

Φ□ = 3Φ + 2

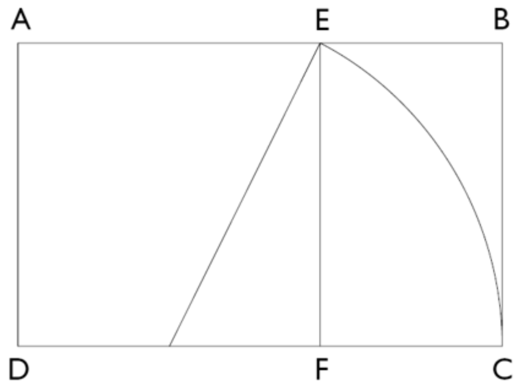
Φ□ =

Φ□ =

7.- Construcció del rectangle auri

És un rectangle els costat del qual tenen la Proporció Àuria.

Donat un segment DF, construïm el quadrat DFEA. Unim el punt mig G del segment DF amb el punt E. Amb centre al punt mig G i radi GE tracem l' arc fins a tallar la prolongació de la recta DF. Amb el nou punt C podem construir el rectangle ABCB auri.



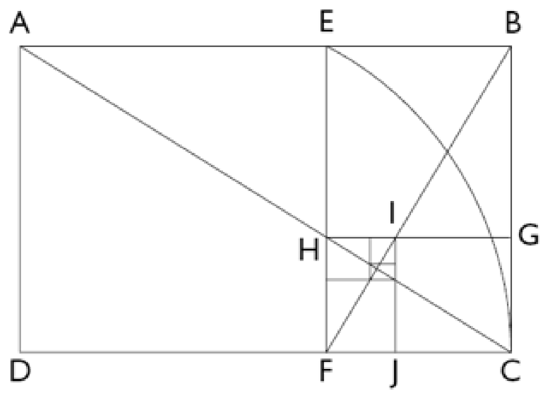
La proporció entre AD/ DC és la Proporció Àuria

Figura 16 : Construcció del rectangle Auri
Font : Bonell, C, La Divina Proporción

8.- Propietats del rectangle auri

-Si traiem el quadrat AEDF ens queda un altre rectangle auri EBCF
-Entre les dimensions del rectangle ABCD (inicial) i EBCF(segon) hi ha la proporció àuria.
-Si en aquest segon rectangle auri muntem un altre quadrat EBGH a partir de EB i després el traiem ens queda un altre rectangle auri HGCF.
-Entre les dimensions del rectangle auri EBCF (segon) i HGCF (tercer) també hi haurà la proporció àuria.
-Si en aquest tercer rectangle auri HGCF muntem un quadrat GCJI a partir del costat GC i després el traiem, obtindrem un quart rectangle auri HIJF.
-Entre les dimensions del rectangle auri HGCF (tercer) i el HIJF (quart) també hi haurà la proporció àuria.

Conclusió 1: El rectangle auri és l' unic, de tots els rectangles, que té la propietat de que en "retirar" un quadrat, s'obté un altre rectangle semblant
-Tracem la diagonal AC del primer rectangle ABCD i la diagonal BF del segon rectangle EBCF. Ambdues són perpendiculars. Es tallen en un punt O
-Tracem la diagonal HC del tercer rectangle. És perpendicular a la del segon FB. Es tallen en un punt O.



Conclusió 2 : Les diagonals dels rectangles auris "consecutius" són perpendiculars i es tallen en un punt O. Clifford A. Pickover va suggerir que ens referíssim a ell com a "*Ull de Déu"*

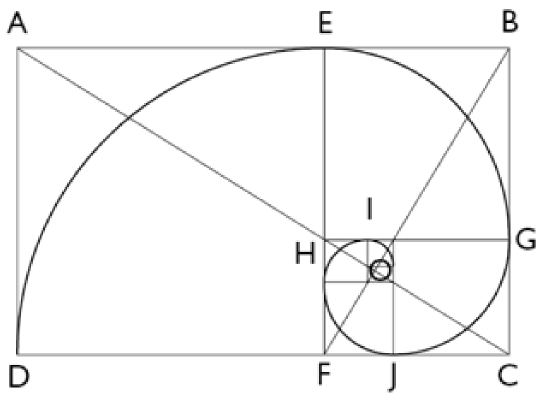
Figura 17 : Propietats del rectangle Auri
Font : Bonell, C, La Divina Proporción

9.- Construcció de l' espiral àuria

En 1525 Albert Durero descriu com traçar amb regle i compàs l' espiral basada en la proporció àuria en l' obra "Tractat sobre la mesura amb regle i compàs" Des d' aleshores és coneguda com l' espiral de Durero.

-Tracem un arc de circumferència amb centre a F i que passi per DE
-Tracem un arc de circumferència amb centre a H i que passi per EG
-Tracem un arc de circumferència amb centre a K i que passi per GJ

*****Successivament tracem un arc per cada quadrat abans de ser "eliminat" per la obtenció del següent rectangle auri
*Obtenim una espiral logarítmica . El seu "ull" està al punt O.



- La forma de l' espiral és constant.
- L' espiral no té punt final.
- Serà proporcional a sí mateixa

Figura 18 : L' espiral Àuria
Font : Bonell, C, La Divina Proporción

D' Arcy Thomson, a "On Growth and Form ", ens deia que "aquesta relació de creixement constant, esdevé l' essència de l' espiral equiangular i pot ser considerada com a la base de la seva definició".
Aquesta espiral la trobem a les closques dels musclos, que creixen en les dues dimensions de manera constant. La trobem també en molt diverses situacions en la natura. (Seguirem aquest tema més endavant).

a) Donat un segment de 5 cm, i que imaginem és el segment major d' una proporció àuria, troba el rectangle auri. Troba el seu "ull de Déu". Dibuixa l' espiral Àuria. Resum les proporcions entre les diagonals dels rectangles trobats. Fixa' t si són perpendiculars. Fes una taula amb diferents proporcions àuries trobades. Recorda assenyalar els números amb lletres.

3.1.3. LA SEQÜÈNCIA DE FIBONACCI

Una mica d' història:
Leonardo de Pisa (Fibonacci), va publicar, l' any 1202 el llibre "Liber Abaci". En ell,dedicà els primers 7 capítols a explicar els numerals indo-aràbigs i el seu ús en casos pràctics. *"Les nou xifres índies són : 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Amb aquestes nou xifres i els signe zero.. es pot escriure qualsevol número".* Tot i la gran importància de la seva influència en el desenvolupament de les matemàtiques, Fibonacci ha estat més conegut a partir d' un problema que proposà al Liber Abaci , la solució del qual es connecta amb la Proporció Àuria.

Capítol XII del *Liber abaci :*
"Un home va tancar una parella de conills en un lloc envoltat per un mur per tot arreu. Quants parells de conills poden produir-se a partir del parell original durant un any si considerem que cada parella engendra al mes un nou parell se conills que seran productius el segon mes de vida?"

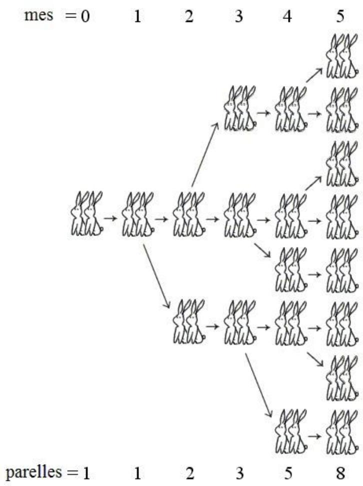


Figura 19 : El problema de Fibonacci
Font : Domini públic

Pinta en color vermell la branca central amb els conills originals
Pinta en color blau les parelles que només tenen un mes.
Continua l' esquema

- Començarem amb la parella inicial (1)
- Durant el primer mes, tindrem només la parella inicial (1)
- Al segon mes, la primera parella tindrà un parell de conills (2)
- Al tercer mes, la parella inicial haurà tingut fills, però els fills del mes anterior encara no hauran tingut fills (3)
- Al quart mes ....
- Al cinquè mes......................................
- Al sisè mes...
- Al vuitè mes...
- Al novè mes...
- Al desè mes ....
- A l' onzè mes..
- A l' any...

Si ens hi fixem, a cada mes, com s'obté el número total de parells de conills?

A la llista de parelles, els números obtinguts són : 1,1,2,3,...
Aquesta sèrie de números rep el nom de **Sèrie de Fibonacci**. Té moltes característiques especials.

1.- Cada un dels números que composen la sèrie està format per la suma dels dos immediatament anteriors: Continua la sèrie amb 10 números més.

1, 1, 2 ,3,5,8,13, 21, 34, 55, 89, 144,233, 377, 610, 987...

$\mathbf{x_n = x_{n-1} + x_{n-2}}$

2.- Si dividim cada número per l' anterior ens acostem progressivament al número Φ = 1.618

1/1 = 1,000000
2/1 = 2,000000
3/2 = 1,500000
5/3 = 1,666666
8/5 = 1,600000
13/8 = 1,625000
21/13 = 1,615385
34/21 = 1,619048
55/34 = 1,617647
89/55 = 1,618182
144/89 = 1,617978
233/144 = 1,618056
377/233 = 1,618026
610/377 = 1,618037
987/610 = 1,618033

Figura 20 : Fibonacci en una columna
Imatge de Wikipèdia de domini públic

Troba la part de la columna que falta en incorporar els 10 números següents.
Aquesta propietat, però, no la va descobrir Fibonacci, sinó Johannes Kepler, astrònom alemany en 1611. Es pensa que no havia llegit el Liber Abaci.

3.- **Quadrar els rectangles amb Fibonacci**

La suma dels quadrats d' una sèrie de números successius de la sèrie Fibonacci és igual al quadrat del darrer número.

Exemple : si pensem en el números 1,1, 2, 3
(1 x1) + (1 x 2) + (2 x 3) = 9 i 3^2 = 9

Comprova-ho per al vuit primers números de la sèrie.
Podem comprovar-ho gràficament:

Considera els vuit primers números de la sèrie : 1,1,2,3,5,8,13,21

Construeix un quadrat de 10,5 cm x 10,5 cm . Cada 0,5 cm serà 1. Aleshores hauràs construït un quadrat de 21 x 21. A dins d' aquest quadrat :
Marca un rectangle de 21x 13
Marca un rectangle de 13 x 8
Marca un rectangle de 8 x 5
Marca un rectangle de ....
Marca un rectangle de ....
Marca un rectangle de ....
Marca un quadrat d' ....

4. El número onze

La suma de 10 números consecutius qualsevol de la sèrie de Fibonacci és múltiple d' onze.

Llista dels primers 50 números:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309 3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155 165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903 2971215073 4807526976 7778742049 12586269025

Fes dues comprovacions.

Llista 1:

Suma 1: És múltiple d' onze?

Llista 2:

Suma 2 : És múltiple d' onze?

5.- Volem sumar ràpidament:

La suma de tots els números d'una sèrie Fibonacci fins a una posició n és el que té la posició (n + 2) i després li restem 1

Comprovem-ho: Donats aquest 60 primers números de la sèrie de Fibonacci, escull dues llistes des del començament.

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309 3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155 165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903 2971215073 4807526976 7778742049 12586269025 20365011074 32951280099 53316291173 86267571272 139583862445 225851433717 365435296162 591286729879 956722026041 1548008755920

Llista 1 :

Suma de tots el números =
Número (n+ 2) i li restem 1 =

Llista 2:

Suma de tots els números =
Número (n+ 2) i li restem 1 =

6.- Un membre de cada tres és parell, un de cada quatre és múltiple de 3, un de cada 5 és múltiple de 5

Comprovem-ho. Donats aquests 60 primers números de la sèrie:
Marca amb una rodona vermella els múltiples de 5
Marca amb una rodona blava els múltiples de 3
Marca amb una rodona groga els parells

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309 3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155 165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903 2971215073 4807526976 7778742049 12586269025 20365011074 32951280099 53316291173 86267571272 139583862445 225851433717 365435296162 591286729879 956722026041 1548008755920

Compleix ?

7.- Cada número de la sèrie de Fibonacci és la mitjana del terme que es troba dues posicions abans i el que es troba en una posició després.

Donada aquesta llista dels seixanta primers termes,

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309 3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155 165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903 2971215073 4807526976 7778742049 12586269025 20365011074 32951280099 53316291173 86267571272 139583862445 225851433717 365435296162 591286729879 956722026041 1548008755920

Fes dues comprovacions:

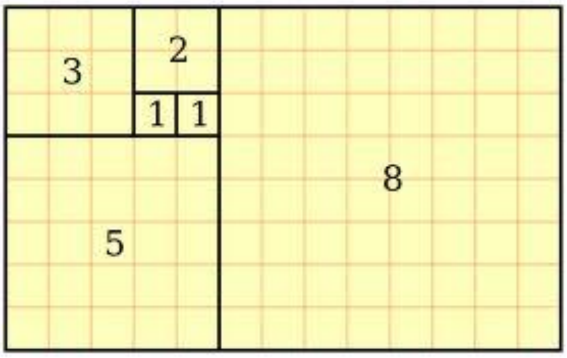
Comprovació 1

Comprovació 2 :

8.- Construcció del rectangle de Fibonacci

Exemple:

Figura 21 : Rectangle de Fibonacci
Font : http://www.cienciaeingenieria.com/2013/09/serie-de-fibonacci-y-la-razon-aurea.html



A partir del termes de la sèrie de Fibonacci podem construir aquest rectangle de la manera següent:

-Quadrat inicial d' 1 per 1 (primer terme)
-Per un costat un quadrat d' 1 x 1 (segon terme)
-Amb els dos costats, que ja faran 2, muntem, un quadrat de 2x2 (tercer terme)
-Amb la suma de 2 i 1, que serà 3, muntem un quadrat de 3x3 (quart terme)
-Amb la suma de 3, 1, 1 que seran 5, muntem un quadrat que farà 5 x 5 (cinquè terme)
-Amb la suma de 5 ,1 , 2, que serà 8 , muntem al costat un quadrat de 8 x 8 (sisè terme)

Afegeix dos quadrats més. (setè i vuitè termes)

Et recorda a cap altre rectangle? Quin? Són iguals?

9.- Teorema de Zeckendorf

" Tot nombre enter positiu pot representar-se de manera única com a suma de nombres Fibonacci (això és, elements de la successió de Fibonacci) diferents, de tal manera que aquesta representació no té dos nombres Fibonacci consecutius. " (Traducció meva)

Comprovem-ho: Donats aquest 60 primers números de la sèrie de Fibonacci, escull a l' atzar un número enter entre 1 i 1548008755920. El que vulguis, con cal que sigui de la llista.

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946 17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309 3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155 165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903 2971215073 4807526976 7778742049 12586269025 20365011074 32951280099 53316291173 86267571272 139583862445 225851433717 365435296162 591286729879 956722026041 1548008755920

Per exemple , el **72**. El 72 no està a la successió, prendrem aleshores l' immediatament inferior que sí hi sigui, serà el **55**. Buscarem la diferència per saber quants ens falten. 72-55 = 17. Buscarem ara el 17 a la successió i tampoc hi és. Aleshores, buscarem l' inferior que sí hi sigui, que serà el **13**. La diferència ara serà 17-13 = 4. Busco aquest 4 que tampoc és a la llista. Bé doncs, agafarem novament l' inferior que serà el 3. Trobem la diferència 4-3 i ara sí que hi ha un nombre **1** a la successió. Per tant, podem expressar:

72 = 55 + 13 + 3 + 1

Repetiu aquest exercici amb dos nombres enters qualsevol entre els de la llista posada.(Podria fer-se amb una llista més llarga)

<u>Realitzem el següent joc de màgia amb cartes:</u>
Demanem a la gent que triï un nombre a l' atzar entre l' 1 i el 100. Després Els ensenyem les cartes. Han de dir en quines es troba el número pensat. Cadascuna de les cartes té com a número inicial un de la successió Fibonacci, després els següents fins a 100 excepte els de la successió. Si el mag suma els números inicials, ja té la resposta.

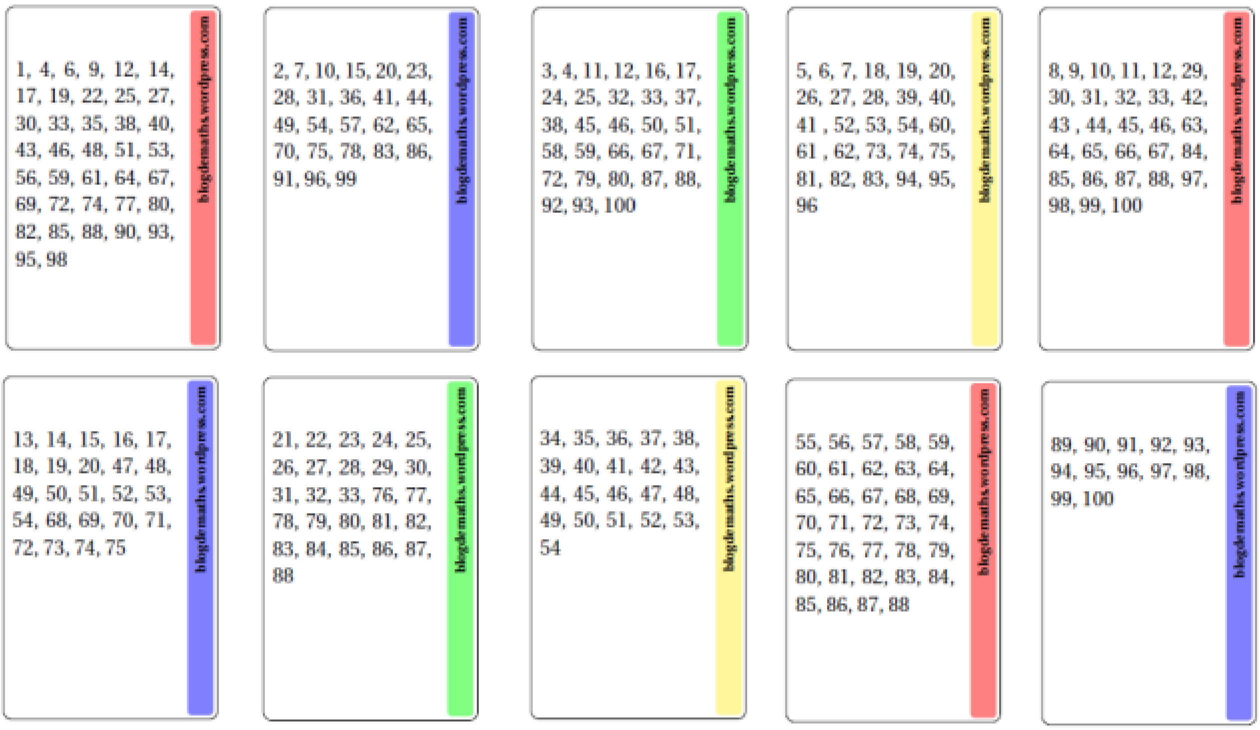


Figura 22 : Cartes màgiques amb Fibonacci
Font : http://blogs.algebra.us.es/wp-content/uploads/2014/03/jeu-de-10-cartes-magiques.png

10.- El quadrat de qualsevol xifra supera en 1 del producte de les dues xifres adjacents de la seqüència.

Exemple: si considerem 13→ $13^2 = 169$

Els seus nombres adjacents són 8 i 21. → 8 x 21 = 168

La diferència és 1

Fem la prova, amb dos números de la sèrie.

3.1.4. LA PROPORCIÓ ÀURIA I LA NATURA

Per a la realització d' aquesta fitxa, caldrà que els alumnes portin de casa seva els següents objectes : deu flors , dos gira-sols, una pinya de pi i una de fruita, una carxofa, una poma. El treball es realitzarà en grups de 4-5 alumnes.
En primer lloc, es llegirà amb cura l' explicació . Es faran comentaris al respecte. Després s' organitzaran els grups i junts, els alumnes aniran responent les preguntes formulades.

1. Nombre de pètals de les flors

1 pètal
White calla lily

2 pètals
Euphorbia milii cyanthia

3 pètals
Trillium

5 pètals
Columbina

8 pètals
Bloodroot

13 pètals
Black- eyed Susan

21 pètals
Shasta daisy

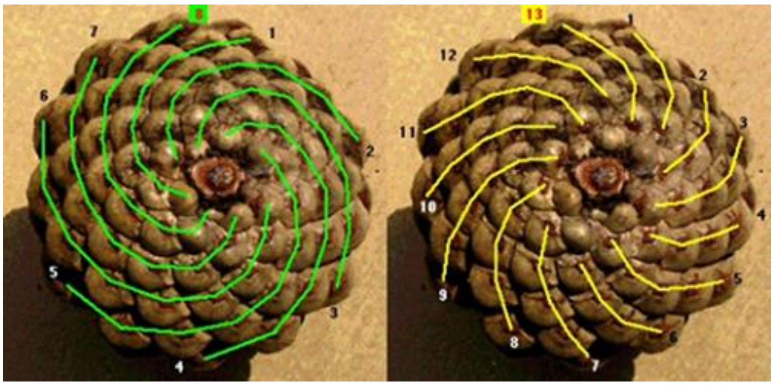
34 pètals
Margarida silvestre

Figura 41 : Composició de flors amb diferents nombres de pètals
Font : Part inferior del full

Després de mirar les imatges, escriu les teves conclusions :

Font de les imatges :
White calla lily : http://www.save-on-crafts.com/callalilies.html ;
Euphorbia milii cyanthia : Imatge d' Ezra Katz .Domini públic
Trillium : Imatge de Derek Ramsey.Domini públic
Columbina : Imatge de Sherman, Doug. Domini públic
Bloodroot: http://www.wildflower.org/gallery/result.php?id_image=7099 ;
Black- eyed Susan : http://www.bio.brandeis.edu/fieldbio/Sylvain/susan.htmlan
Shasta Daisy : http://margaretsgarden.files.wordpress.com/2010/07/shastadaisy1.jpg
Margarides de camp : http://www.world-mysteries.com/fib08sm.jpg

2. Espirals a les pinyes , els gira-sols i carxofes .Com comptar les espirals ?



8 dextrogirs 13 levogirs

Figura 42 : Dues pinyes amb les espirals assenyalades
Font : http://musicayciencia.tectv.gob.ar/images/06_Numeros-primos-1.png

13 dextrogirs

Figura 43 : Carxofa amb les espirals
Font : http://tertuliadeillescas.blogspot.com.es/2011/08/matematicas-en-yahoo-y-wilfredo-marinas_29.html

34 dextrogirs i 21 levogirs

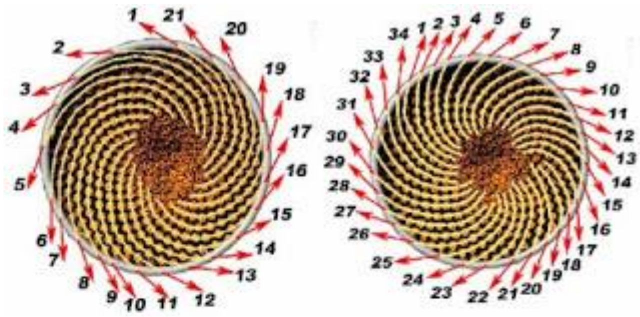


Figura 44 : Esquema d' espirals en un girasol
Font : http://www.colegiosansaturio.com/deptomatesweb/SANSAMATES/Trabajos/mates_arte/imagenes/girasol.jpg

Figura 45 : Girasol amb les espirals
Font : https://encrypted-tbn3.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcR2c4IS7TNIgZX-IikbMYkRoTukCZx8B_fWEo3DqoeJAhJILezDbw

Quantes espirals hi ha ?

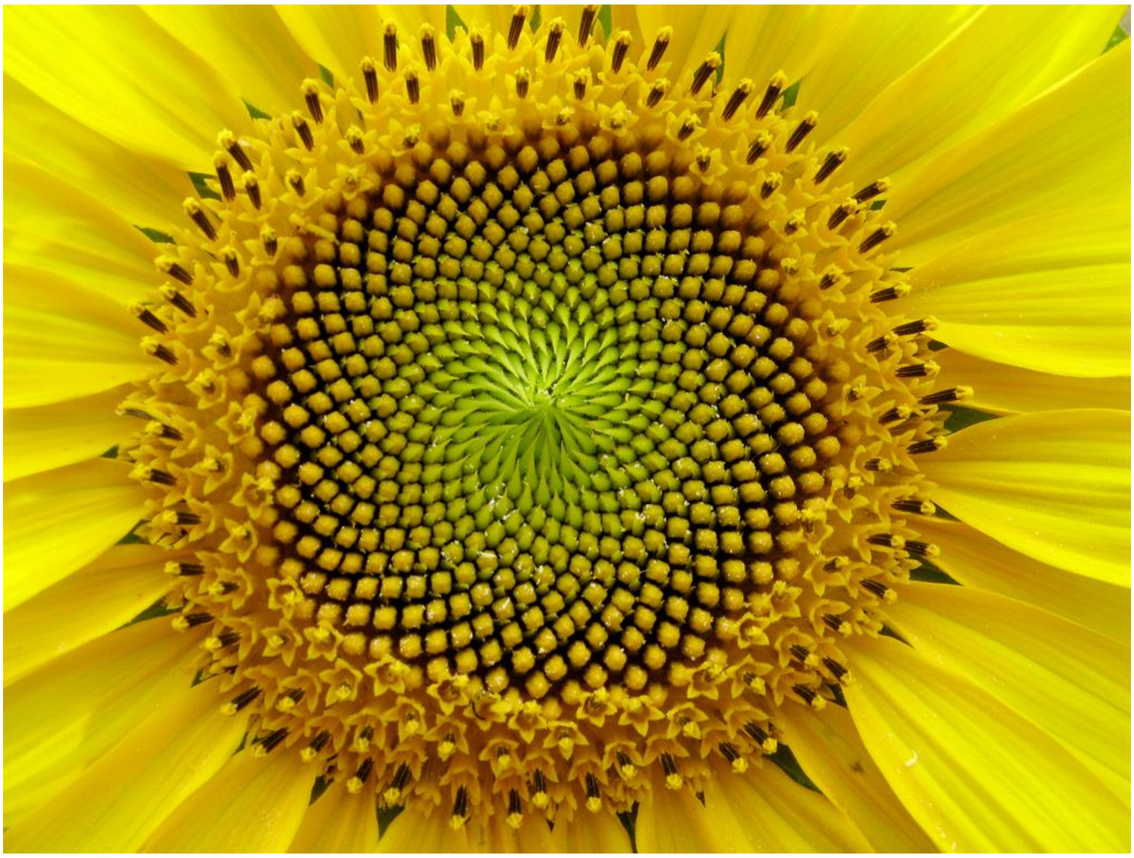


Figura 46 : Girasol
Font : http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/17199087/Fibonacci-y-el-origen-de-la-vida.html

En grups, poseu en comú el material que heu portat i definiu el següent:

1.-Nombre de pètals de les flors:

2.- Parteix la poma per la meitat. Què en penses? A què et recorda la figura obtinguda? I què diries dels nombres que hi veus?

3.- Amb la carxofa. Quin número d' espirals hi veus?

4.- Amb la pinya de pi, utilitza un retolador per marcar i fes els teus comptes. Quin número d' espirals dextrogirs hi veus? I levogirs?

5.- Finalment, pren la pinya tropical i fes els mateixos experiments. Quin número d' espirals dextrogirs hi veus? I levogirs?

3. Distribució del fulls de les plantes en el seu creixement

Teoria :

- Les fulles dels arbres creixen segons la sèrie de Fibonacci, tant pel que fa a la quantitat, com a la posició.

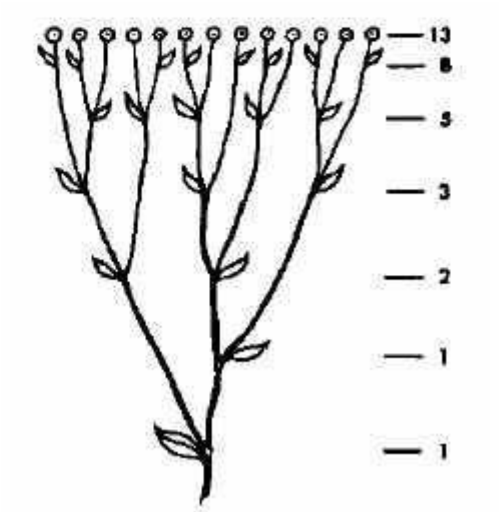


Figura 47 : Creixement de les fulles dels matolls
Font : Domini públic

-Podem parlar també de la Proporció Àuria entre angles

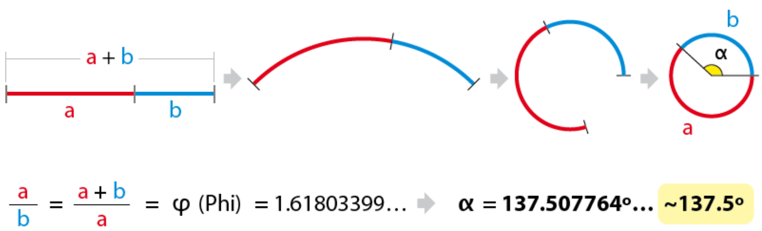
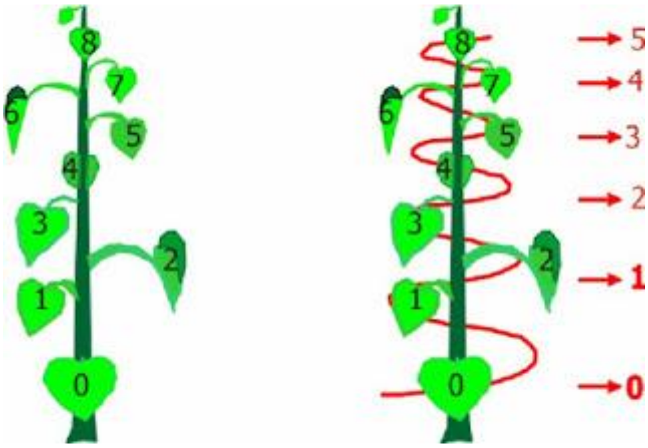


Figura 48 : Angles amb proporció Àuria
Font : http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/lclemar/2013/06/21/2940/



Creixement de la Calèndula

Aquesta proporció queda manifesta en el creixement de gairebé totes les fulles de les plantes.

Figura 49 : Creixement de les fulles de la Calèndula
Font : http://matecalendula.blogspot.com.es/

Per estudiar aquest esdeveniments es pot realitzar una sortida a un museu botànic . Com sóc de Barcelona, podríem parlar del jard botànic de Barcelona.

4. L' espiral àuria al Nautilus.

S' ha escrit molt sobre la relació entre l' espiral àuria i l' espiral logarítmica que defineix el Nautilus. Tot i sabent que no són exactament iguals, li farem una ullada, com a mínim per saber perquè se'n parla tant i perquè no és exactament així.

Figura 50 : Nautilus
Font : Chris 73, de Wikipèdia

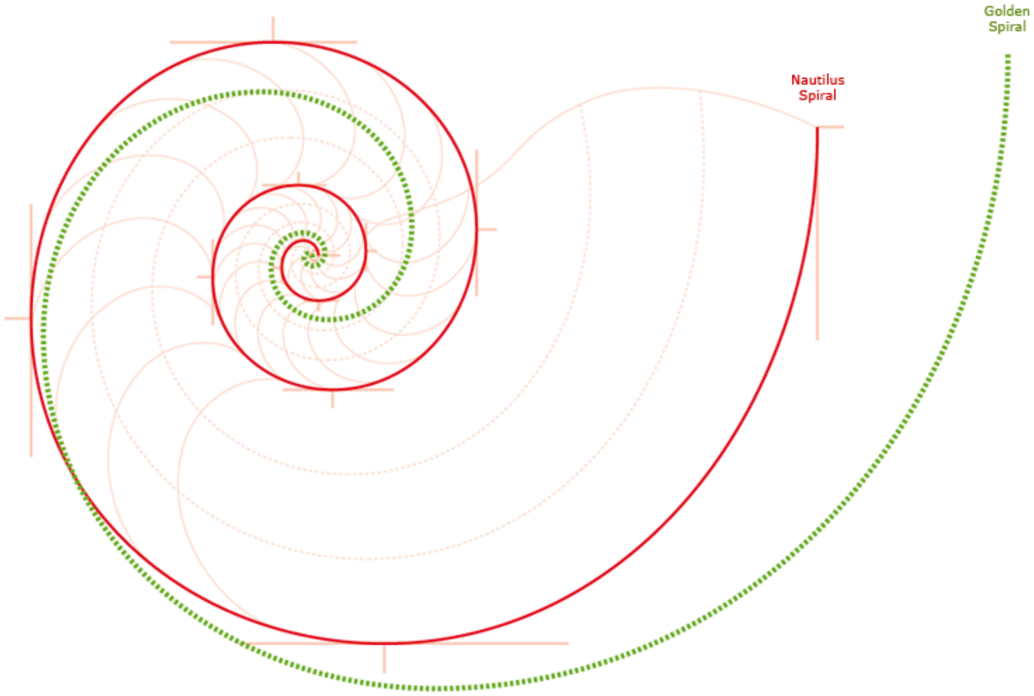


Figura 51 : Comparació entre les dues espirals.
Imatge de : Cristòbal Villa
http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/lclemar/files/2013/06/naut_vs_fib.gif

Però si poseu "Fibonacci i el Nautilus" a Google, trobareu multitud d' imatges sorprenents.

5.- Aquest espai és per a vosaltres.

Cerqueu a Internet altres casos de la natura en els quals creieu que es manifesta la Seqüència de Fibonacci

3.1.5. LA PROPORCIÓ ÀURIA I L' ASTRONOMIA

Mirant aquestes imatges, a quina representació de la Proporció Àuria podria assemblar-se? Dibuixa l'esquema al costat

Figura 35 : Borrasca sobre Islàndia
Font : Imatge de domini públi , creada per la NASA.

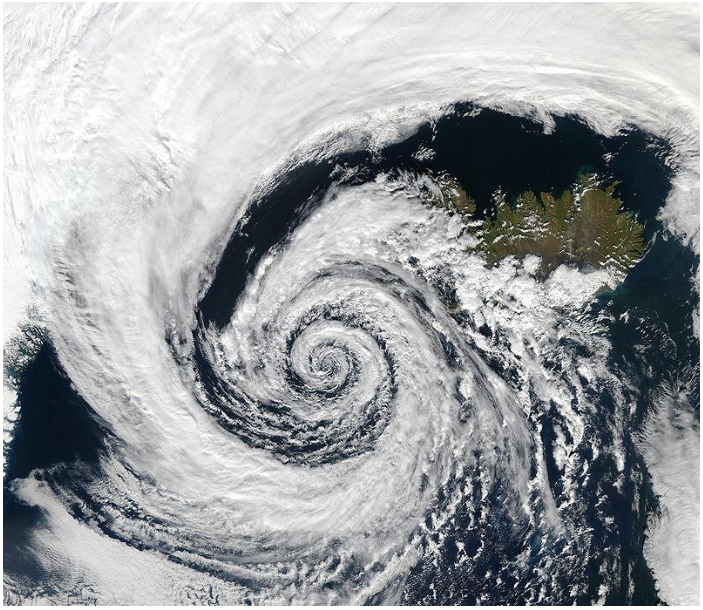
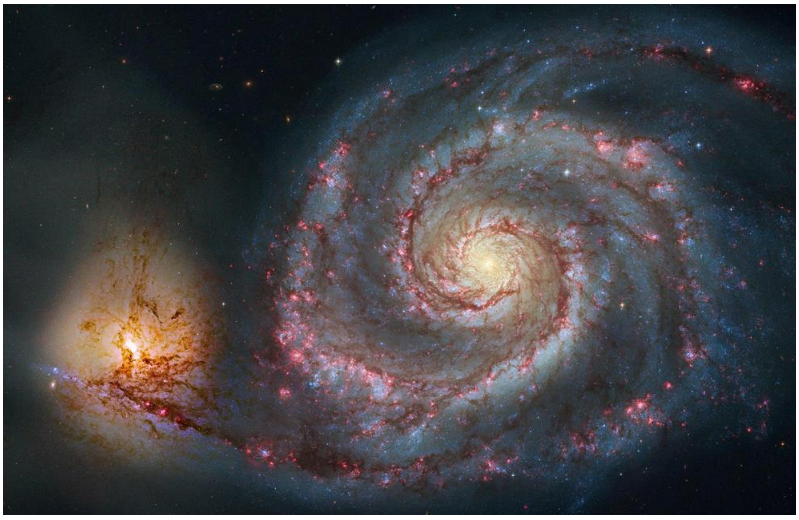


Figura 36 : Cicló Catalina. És un cicló tropical de l' Atlàntic Sud.
Font : Imatge de domini públi , creada per la NASA.



Les Galàxies són concentracions d' estrelles que giren sobre el seu centre, però com la velocitat és més gran al centre que a la perifèria, s'organitzen espiral

Figures 37,38,39,40 : Imatges de Galàxies en espiral captades per la NASA
Font : Domini públic

3.1.6. LA PROPORCIÓ ÀURIA I LA PINTURA

1. El Renaixement

Una mica d' història

Piero de la Francesca (1412-1492), Leonardo de Vinci i Albert Durero foren tres famosos pintors renaixentistes que també realitzaren valuoses aportacions a les matemàtiques.

Piero de la Francesca va escriure diversos llibres sobre matemàtiques com " Tractat sobre l' àbac" o "Els cinc sòlids regulars", on planteja nombrosos problemes al voltant del pentàgon i els cinc sòlids platònics. Moltes de les solucions inclouen la Proporció Àurea. També fa interessants estudis sobre la perspectiva. Gran part de la seva obra va ser traduïda a l' italià i inclosa en "La Divina Proportionne " de Luca Pacioli. La seva obra pictòrica, la vessant més coneguda de la seva producció, inclou múltiples manifestacions de la Proporció Àuria.

Troba la Proporció Àuria

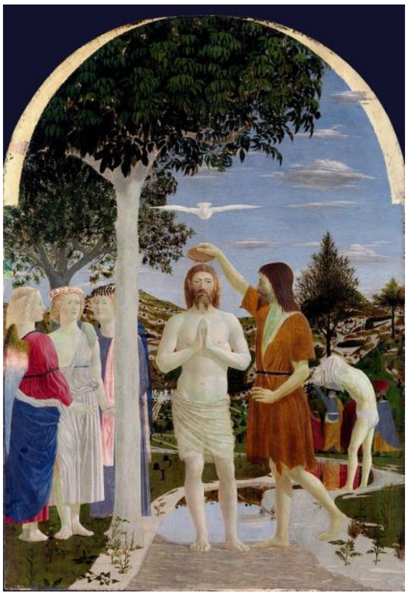


Figura 23 : "El bateig de Crist" de Piero de la Francesca
Font :   Imatge de domini públic, de Wikipèdia

Figura 24 :   "La flafel·lació de Crist" de Piero de la Francesca
Font   : http://arteapiedecalle.files.wordpress.com/2012/10/la-flagelacic3b3n-de-urbino-piero-della-francesca.jpg

Figura 25 : "L' Altar de Brera" de Piero de la Francesca
Font : Domini públic, Wikipèdia

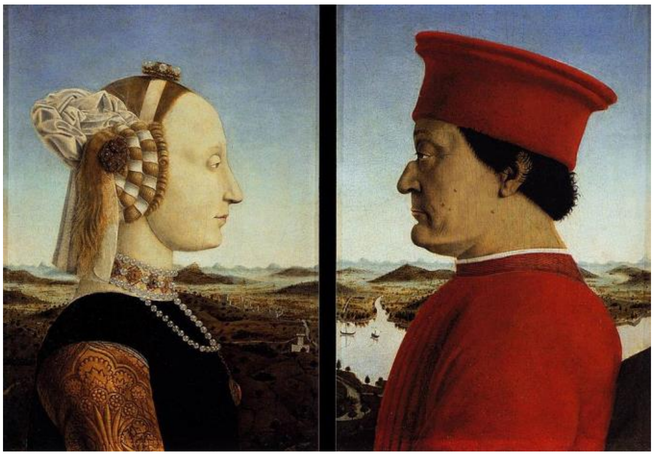


Figura 26 : "Federico Montefeltro y su esposa Battista Sforza" de Piero de la Francesca.
Font : Domini públic, Wikipèdia

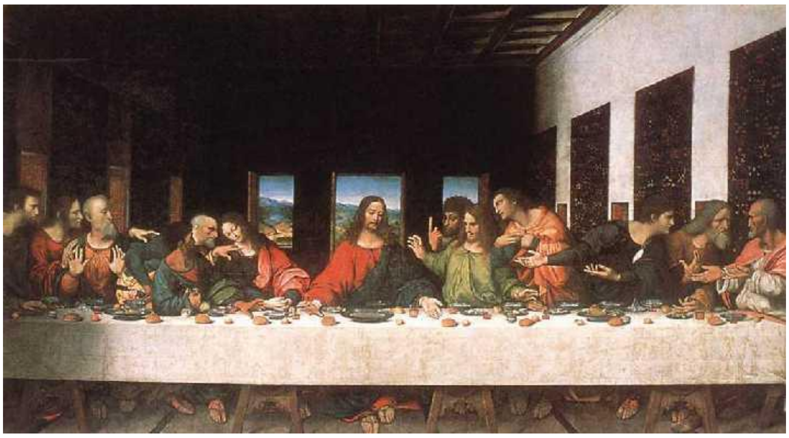


Figura 27 : " El Sant Sopar" de Leonardo da Vinci
Font : http://s3.amazonaws.com/lcp/eseducativa/myfiles/ultimacena_leonardo_da_vinci-1.html

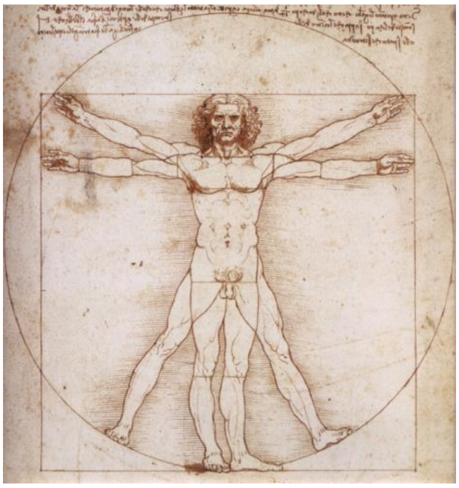


Figura 28 : L' home Vitruvià, dibuixat per Leonardo da Vinci, figura al llibre de Luca Pacioli "La Divina Proportione "
Font : Domini públic, Wikipèdia

Figura 29 : La Gioconda de Leonardo Da Vinci
Font : Domini públic, Wikipèdia

Figura 30 : L' Anunciació de Leonardo da VInci
Font : Domini públic,Wikipèdia

Conclusió : S' ha considerat que moltes obres de Leonardo da Vinci han estat realitzades amb la Proporció Àuria. Darrers estudis afirmen que només en alguns casos es pot afirmar amb seguretat que ha estat així.

2. Alguns autors : Salvador Dalí

Després de la seva època surrealista, Salvador Dalí, amb la influència del matemàtic i filòsof romanès Matila Ghyka, coneix la Proporció Âuria i la incorpora a diverses obres seves.

Dibuixa a sobre la imatge, el rectangle i l' espiral auris

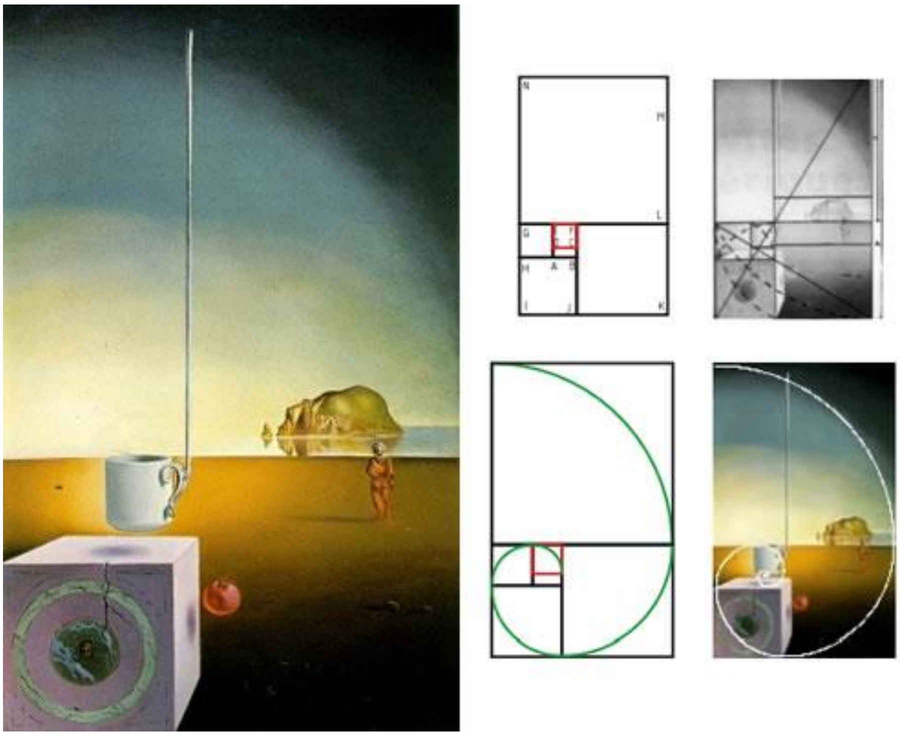


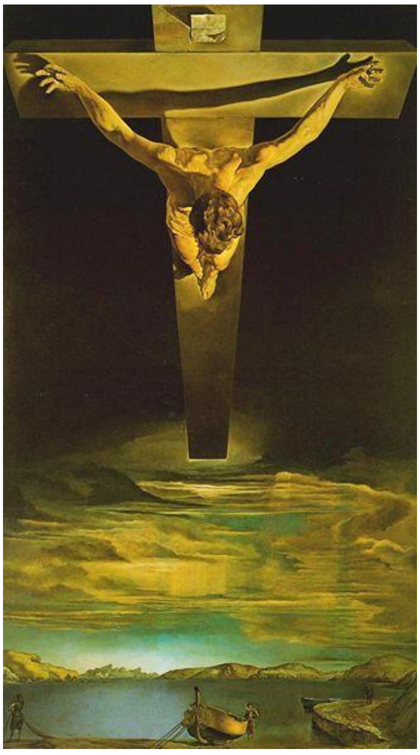
Figura 31 : "Semitassa gegant volant, amb annex inexplicable de 5 m. de longitud" de Salvador Dalí
Font : http://www.teknoplof.com/wp-content/uploads/2011/08/dali_1.jpg

Dibuixa, a sobre la imatge, el pentagrama i la circumferència en la qual està inscrita.

Figura 32 : "Leda Atòmica" de Salvador Dalí
Font : http://www.teknoplof.com/wp-content/uploads/2011/08/dali_2.jpg

Figura 33 : " El Sant Sopar" de Salvador Dalí
Font : http://www.teknoplof.com/wp-content/uploads/2011/08/dali_3.jpg

Quina relació trobes entre la Proporció Àuria i el quadre de Dalí ? Explica-la



Quina relació trobes entre la proporció Àuria i aquest quadre de Dalí?

Figura 34 : Crist de Sant Joan de la Creu
Font : http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/8/8c/Christ_of_Saint_John_of_the_Cross.jpg

3.1.7. LA PROPORCIÓ ÀURIA I L' ARQUITECTURA

La Proporció Àuria ha tingut una important connotació estètica. S' arribat a pensar que si una producció artística, pictòrica o arquitectònica mantenia aquestes proporcions aconseguia una bellesa intrínseca. Els més grans defensors de la proporció Àuria han arribat a trobar-la en multitud de produccions i situacions, sovint de manera equivocada.
El que sí és cert és que la proporcionalitat, la utilització d' una escala, ajuda a al composició i és un tema important a valorar.
En l' Edat Mitjana, trobem múltiples manifestacions de la geometria pentàmera, amb pentàgons i pentagrames. De vegades amb corrents submergides en les quals se'ls donaven valors màgics.

Figura 52 : Rosetó amb pentagrama a la Catedral d' Amiens
Font : http://mateturismo.files.wordpress.com/2010/09/vidrieraamiens.jpg?w=450

Figura 53 : Rosetó de l' ermita de Sant Barlolomé en el Parc Natural del Canó del Riu Lobos (Sòria)
Font : http://2.bp.blogspot.com/-j5kjvsZvh38/UTzF412T_UI/AAAAAAAAAuE/m7ZCoaE4h28/s1600/CASTROJERIZ+Igelsia+de+San+juan+Pent%C3%A1culo+invertido.JPG

Figura 54 : Rosetó de l''ermita romànica de Sant Bartolomé de Ucero
Font : https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQebmeDr3LVm1Bs3InQs7Dge86CLi2FT1pU5zqed8G8qh-OwbBv8-xmRg

Figura 55 : Temple de Santa Maria (s. XII), Siones (Burgos)
Font : http://3.bp.blogspot.com/_xGCcqy4LWKg/R_usGdvM6YI/AAAAAAAAAic/PWK77Xjuzwl/s400/Roset%C3%B3n.+Ucero.JPG

En el camp de l' Arquitectura hi ha a hagut moltes afirmacions sobre l' aplicació de la secció àuria : Piràmides a l' Antic Egipte, el Partenon, esglésies de Brunelleschi.. En aquest moment no n' estem segurs. No es pot demostrar.

Qui sí va afirmar clarament la seva voluntat de incloure la secció àuria a la seva obra va ser Le Corbusier. Le Corbusier , després de la lectura de *" Estética de las proporciones en la naturaleza y el arte*" y de l' obra *"El número àureo, ritos y ritmos pitagóricos en el desrrollo de la civilización occidental"* del matemàtic romanès Matila Ghyka inicia la recerca d' una proporció estàndar que finalitzar amb un nou sistema de proporcionalitat que el nomenà **"Modulor"**

Seguint el fil conductor ja iniciat per Pitàgores (s. V a. C) "*l' home és la mesura de totes les coses" ,Vitruvi i Leon Battista Alberti,* Le Corbusier es plantejà desenvolupar "*una mesura harmònica a l' escala humana, aplicable universalment a l' arquitectura i a la mecànica."* En Aquest cas, amçes hi estar÷a involucrada la proporciço ÷Auria.

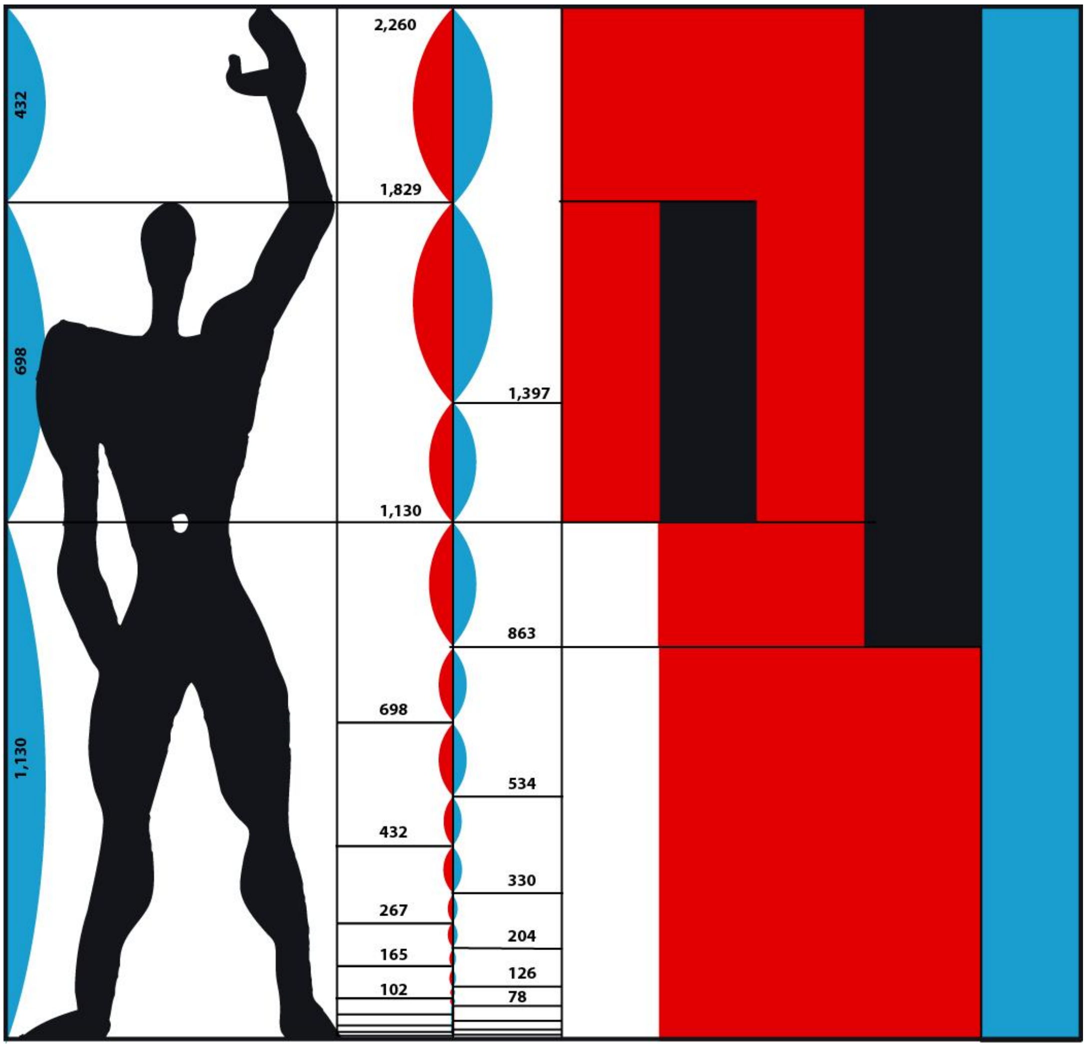


Figura 56 : Le Modulor de Le Corbusier
Font : http://www.neermanfernand.com/images/corbu.jpg

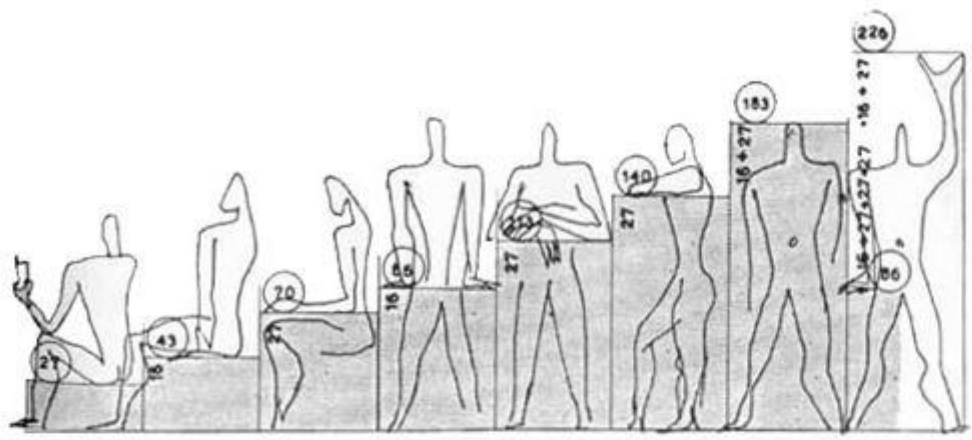


Figura 57 : Le Modulor de Le Corbusier
Font : http://laproporcionperfecta.blogspot.com.es/2011/06/el-modulor.html

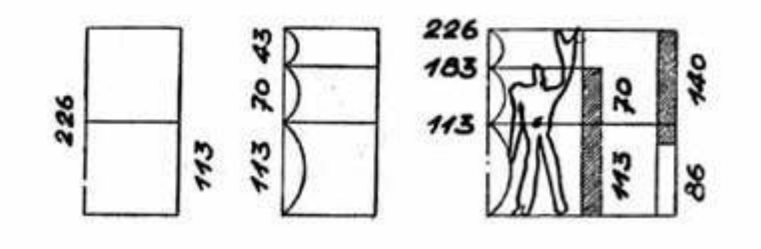


Figura 58 : Le Modulor de Le Corbusier
Font : http://laproporcionperfecta.blogspot.com.es/2011/06/el-modulor.html

Treball individual:

1.- Mira detingudament les figures 56, 57 i 58. Resumeixen les idees de Le Corbusier respecte el seu Modulor. Omple els buits següents:

- L' home té una alçada de____

- L' home amb el braç aixecat té una alçada de______________________________

- L' alçada del melic de l' home és de ____________________________________

- La proporció entre l' alçada de l' home i la del melic és________________________

- Aquesta proporció rep el nom de_______________________________________

-Hi ha més proporcions com aquesta que ja hem trobat. Busca-les

____

____

____

2.- Troba aquestes mides en el teu cos.

- Alçada ____

-Alçada amb el braç extens____

-Alçada del melic____

-Alçades que vegis representades en la figura 56____________________________

____

3.- Mirant la figura 57 troba les mides per al teu cos i escriu-les:

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

4.- Després haver respost a les preguntes de l' exercici 3, compara-les amb les assenyalades per Le Corbusier.

Treball en grup :
S' organitzen grups de 4-5 persones.
L'objectiu és realitzar una anàlisi comparativa dels resultats obtinguts

1.- Poseu en comú els resultats obtinguts i escriviu les dades en aquesta taula:

Alçada					
Alçada amb braç aixecat					
Alçada al melic					
Alçada 1					
Alçada 2					
Alçada 3					

2.- Quines conclusions teniu dels resultats obtinguts?

Ville Radieuse de Le Corbusier. Plànols.

+*Figura 58 : Plantes de les vivendes*
Font : Younes Diouri.

Figura 59 : Perspectiva de l' edifici
Font : http://es.wikiarquitectura.com/images/4/4d/Uhm11.jpg

Figura 60 : Fragment de la façana de Ville Radieuse de Le Corbusier
Font   : Arxius personals

1. Amb un retolador vermell i un regle cerca la Proporció Àuria

2. Aquesta façana, et recorda alguna que hagis vist? Digues quina.

3.2. MATERIAL DIDÀCTIC VARIAT

3.2.1 Vídeos divulgatius.

https://www.youtube.com/watch?v=9R8zC8K7C0E

(Donald al país de les matemàtiques)

http://www.youtube.com/watch?v=d_7I-uqz_ic
(Redes, amb Punset i Mario Livio)

http://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA
(Nature by numbers de Cristobal Villa)

http://www.youtube.com/watch?v=g1XprJDE17Q#t=78
(La Proporción Àurea en el mundo, Redes)

http://gaussianos.com/la-construccion-del-dodecaedro-en-los-elementos-de-euclides/
(Construcció d' un dodecaedre)

http://rectas.blogspot.com.es/2011/11/desarrollo-de-los-poliedros-platonicos.html
(formació dels 5 poliedres regulars)

http://www.triptico-davinci.com/el-metodo-leonardo-el-esqueleto-aureo
(vídeo sobre pintures de Leonardo de Vinci, tot i que molts no són certs)

http://gaussianos.com/la-construccion-del-dodecaedro-en-los-elementos-de-euclides/
(vídeo per a la construcció d' un dodecaedre)

http://www.youtube.com/watch?v=8fFl-QqL4mo
(Le Modulor i el nombre auri)

http://www.youtube.com/watch?v=ANwtnXkBMqM#t=34
(sobre Le Modulor de Le Corbusier)

3.2.2 Altres activitats

Construcció d' un compàs auri. A l'aula de tecnologia, construcció d'un compàs segons les indicacions del web :

http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com.es/2012_12_01_archive.html

Els alumnes de l' IES Cardenal Cisneros de Madrid ens ensenyen com fer un compàs auri.

Construcció d' un icosàedre a partir dels triangles auris inscrits
http://www.aulafacil.com/matematicas-volumenes/curso/Lecc-5.htm

Construcció d' un dodecàedre:
http://www.aulafacil.com/matematicas-volumenes/curso/Lecc-7.htm

4. RESULTATS

Les fitxes realitzades no suposen un aprofundiment en la proporció Àuria. Es tracta de donar a conèixer alguns dels seus aspectes més bàsics i de sensibilitzar l' alumne respecte a la presència de la matemàtica en el món.
La primera fitxa, eminentment teòrica, és una introducció que fa quatre pinzellades sobre la denominació que ha rebut al llarg de la Història. Aquesta fitxa podria ser realitzada en col·laboració amb la matèria d' Història de l' Art. De fet, en el institut en el qual he fet les pràctiques, un dels professors de matemàtiques m' explicava que aquest tema el tractaven conjuntament amb el professor d' Història de l' Art. La realitat és que aquest últim tenia especial interès per aquest tema.
En el meu cas, jo he impartit la unitat didàctica de probabilitat, que era , per temps i temari el que calia fer. La col·laboració amb Història de l' Art no seria possible en 4t d' ESO, sinó que hauria de fer-se a 1r. de Batxillerat.
La segona i tercera fitxes constitueixen l' eix central del treball i són les que es centren més en les competències comunicatives, de manera especial en les matemàtiques
Les darreres fitxes cerquen descobrir la presència de la Proporció Àuria en el món, ja sigui com a part de la natura o l' univers o com a proporció utilitzada explícitament per a la composició en pintura i arquitectura. Aquestes fitxes treballen com a competències : l' autonomia e iniciativa personals, conviure i habitar el món, coneixement i interacció amb el món físic (personals) i l' artística i cultural (comunicatives), a més de les anteriors.

5. CONCLUSIONS

5.1 Respecte al treball

Es difícil fer una valoració acurada sense la posta en pràctica del material proposat. En el meu cas, com ja he esmentat amb anterioritat, he realitzat les meves pràctiques amb la unitat didàctica de probabilitat. A l' institut hi érem diversos estudiants del màster i com és lògic, érem els estudiants els qui havíem d' adaptar-nos a la programació prevista i no a l' inrevés.
La Proporció Àuria pot ser una atractiva manera d' acostar-nos als nombres irracionals. Tot i que sempre se'n podrà fer de més i de menys, implica però, un cert número de sessions. Al llarg del curs, la matèria és densa. Hi ha molts temes per explicar i no sempre és fàcil d'organitzar un espai per a desenvolupar el tema.
No obstant això, penso que val la pena fruir de la matemàtica de manera diferent. La proporció Àuria ens donarà la clau per a aconseguir-ho.
Al llarg d' aquest treball hi ha hagut un altre objectiu ja esmentat en diverses vegades : descobrir la presència de les matemàtiques en el món que ens envolta. M' agradaria pensar que aquest treball, que en realitat és la transformació en material d' aprenentatge de coneixements ja existents, ha ajudat a que els alumnes es facin preguntes del tipus:

Les lleis matemàtiques existien abans que nosaltres? Les hem descobertes ? O senzillament és la nostra ment que ha desenvolupat un llenguatge per a entendre el món? Seria potser una barreja d' ambdues qüestions?

Per concloure m' agradaria citar alguns autors que amb anterioritat ja es s' ho varen plantejar:

- "*No sé si Dios es matemático pero las matemáticas son el telar sobre el que Dios hila la tecla del Universo"* (Clifford Pickover, The Loom of the God)

- Roger Penrose es pregunta : "*És la matemàtica invenció o descobriment? Quan els matemàtics obtenen els seus resultats, estan produint simplement elaborades construccions mentals que no tenen autèntica realitat, però el poder de les quals són prou com per a enganyar fins i tot els seus inventors fent-los creure que aquestes invencions són reals? O estan descobrint veritats que ja hi eren, veritats l' existència de les quals és independent de les activitats dels matemàtics?* (traducció pròpia de "*La nueva mente del emperador"* de Roger Penrose, p. 134.

5. BIBLIOGRAFIA

BONELL, C. *La Divina Proporción: Las formas geométricas,* Edicions UPC, versió PDF

CORBALAN, F *La Proporción Áurea: el lenguaje matemático de la belleza, RBA libros, 2010*

LE CORBUSIER *Hacia una arquitectura*, Buenos Aires, Poseidón, 1978, *El Modulor*, Barcelona, Poseidón, 1976. 2 vols.

LIVIO, M. *La historia de PHI, el número más sorprendente del mundo,* Barcelona, Ariel, septiembre 2006. 4ª Ed.

PACIOLI, L. *La Divina Proporción*, Buenos Aires, Losada, 1959. Madrid, Akal,1991.

PENROSE "*La nueva mente del emperador"*, Madrid, Mondadori, 1991; p. 134

PEDOE, D. *La Geometría en el Arte*, Barcelona, Gustavo Gili, 1979.

GHYKA, M. *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las Artes*, Barcelona, Poseidón, 1977. *El Número de Oro, I, Los ritos; II, Los ritmos*, Barcelona, Poseidón, 1978.

WEBGRAFIA

http://www.youtube.com/watch?v=d_7I-uqz_ic (vídeo de "redes" amb Eduard Punset)

https://www.youtube.com/watch?v=4oyyXC5IzEE (video from the Stanford University. Professor Keith Devlin dives into the topics of the golden ratio and Fibonacci numbers)

http://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA ("nature by numbers" de Cristòbal Villa)

https://www.youtube.com/watch?v=9R8zC8K7C0E (Donald al país de les matemàtiques)

http://www22.brinkster.com/nosolomates/ayuda/fibonacci.htm
(calculadora amb els números de les sèries Fibonacci)

http://bookishgirl.com.au/2011/11/25/eureka-moments-and-researching-double-entry-the-portrait-of-fra-luca-pacioli/

http://www.arqweb.com/vitrum/modulor.asp (relacions entre l' home i una proporció)

http://www.triptico-davinci.com/el-metodo-leonardo-el-esqueleto-aureo
(vídeo sobre pintures de Leonardo de Vinci)

http://www.teknoplof.com/2011/08/02/dali-y-sus-obsesiones-matematicas/
(procedència d' imatges)

http://www.marseille-citeradieuse.org/cor-cite.php
(web oficial Ville Radieuse de Le Corbusier)

FIGURES